Correction des exercices – Temps et relativité restreinte

Exercices : 9*, 10, 11, 14,15*,16, 17, 21,27p219-226

Exercice 9 page 219 **Correction à la fin du livre**

Exercice 10 page 219

On considère deux évènements E_1 et E_2

• Référentiel propre, R : la Terre. Dans ce référentiel, les deux évènements ont lieu au même endroit. La durée propre ΔT_0 qui sépare les deux évènements est mesurée par une horloge liée à la Terre, proche du lieu où se déroulent les deux évènements.

• Référentiel R' : l'astronaute.
Ce référentiel est en mouvement de translation rectiligne uniforme par rapport à R.
Vitesse de l'astronaute dans le référentiel terrestre : 0,80.c

1 .

$$\Delta T' = \gamma.\Delta T_0$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{0,80^2.c^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,80^2}} = 1,7$$

2. Lorsque la durée mesurée est doublée par rapport à la durée propre, $\gamma = 2$.
De la formule de γ, on peut tirer v:

$$\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} = \frac{1}{\gamma} \Leftrightarrow 1-\left(\frac{v}{c}\right)^2 = \frac{1}{\gamma^2}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1-\frac{1}{\gamma^2} \Leftrightarrow v = c \cdot \sqrt{1-\frac{1}{\gamma^2}}$$

$$v = c \cdot \sqrt{1-\frac{1}{2^2}} = 0,87 \times c$$

L'astronaute doit se déplacer à une vitesse de valeur $v = 0,87 \times c$ pour que la durée qu'il mesure entre deux événements soit doublée par rapport à la durée propre sur Terre.

Exercice 11 page 220

• Référentiel propre, R : l'astronaute. La durée propre ΔT_0 qui sépare deux évènements est mesurée par une horloge liée à l'astronaute, proche du lieu où se déroulent les deux évènements. Dans ce référentiel, les deux évènements ont lieu au même endroit.

• Référentiel R' : la Terre.
Ce référentiel est en mouvement de translation rectiligne uniforme par rapport à R.
Vitesse de la Terre dans le référentiel de l'astronaute : v = 0,90.c

Remarque : une année-lumière équivaut à $9,461.10^{15}$ m.

1 . Durée du trajet de l'astronaute pour un observateur terrestre :

$$v = \frac{d}{\Delta T'}$$

$$\Delta T' = \frac{d}{v} = \frac{4,0.9,461.10^{15}}{0,90.3,00.10^8} = 1,4.10^8\, s$$

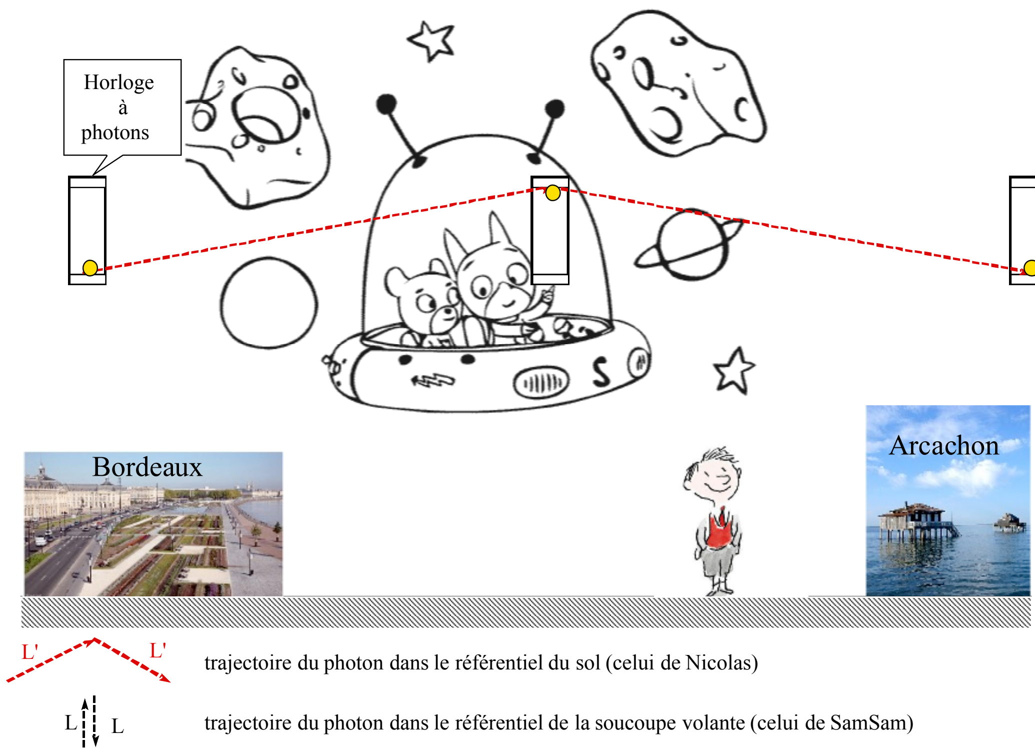
2 . Durée du trajet pour l'astronaute :

$$\Delta T' = \gamma.\Delta T_0$$

$$\Delta T_0 = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}.\Delta T' = \sqrt{1-\frac{0,90^2.c^2}{c^2}}.\Delta T' = 0,44.1,4.10^8 = 6,1.10^7\, s$$

Exercice 14 page 220

1 . Supposons que l'extraterrestre « SamSam » embarque dans sa soucoupe une horloge à photon. Cette horloge est constituée d'un cylindre de verre aux extrémités duquel on trouve deux miroirs plans qui réfléchissent le photon l'un après l'autre. Supposons que lorsque SamSam survole Bordeaux, le photon *quitte* le miroir du bas (*événement 1*) et que lorsqu'il survole Arcachon, le photon *revienne* sur le miroir du bas après avoir été réfléchi par celui du haut (*événement 2*).



2 . Le référentiel propre est celui dans lequel les deux évènements ont lieu au même endroit. Il s'agit donc de la soucoupe de SamSam. C'est donc SamSam qui va mesurer la durée propre ΔT_0.

3 . Durée du survol mesurée par (« le petit ») Nicolas : On connaît la vitesse de la soucoupe dans le référentiel du sol :

$$v = \frac{2}{3}.c = \frac{D_{Bor/Arc}}{\Delta T'}$$

$$\Delta T' = \frac{3}{2}.\frac{D_{Bor/Arc}}{c} = \frac{3}{2}.\frac{49.10^3}{3,00.10^8} = 2,5.10^{-4}\,s$$

4 . Durée du survol mesurée par SamSam :

$$\Delta T' = \gamma.\Delta T_0$$

$$\Delta T_0 = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}.\Delta T' = \sqrt{1-\left(\frac{2}{3}\right)^2}.\Delta T' = 0,75.2,5.10^{-4} = 1,9.10^{-4}\,s$$

Exercice 15* page 220

1 . Evènement E_1 : émission d'un signal lumineux
Evènement E_2 : émission d'un second signal lumineux

2 . Le référentiel propre est la fusée. En effet, c'est dans ce référentiel que les deux évènements E_1 et E_2 ont lieu au même endroit. La durée qui sépare l'émission de deux signaux lumineux consécutifs dans ce référentiel est ΔT_0. On a :

$$\Delta T_0 = \frac{1}{f} = \frac{1}{5,0} = 0,20s$$

3 . Dans le référentiel « Terre » : Soit $\Delta T'$ la période mesurée du signal lumineux. On a :

$$\Delta T' = \gamma.\Delta T_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.\Delta T_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{(250000.10^3)^2}{(3,00.10^8)^2}}}.0,20 = 0,36s$$

Exercice 16 page 221

1 . La durée ΔT_s est la durée propre, mesurée grâce à une horloge fixe dans le référentiel propre qu'est la sonde. On peut en effet imaginer que cette horloge est une horloge à photon. On peut considérer les deux évènements :

Evènement E_1 : départ du photon du miroir inférieur de l'horloge ;
Evènement E_2 : retour du photon sur le miroir inférieur après avoir été réfléchi par le miroir supérieur.
Les deux évènements ont lieu au même endroit si on se situe dans le référentiel de la sonde. La sonde est bien le référentiel propre et ΔT_s est la durée propre.

2 . $$\Delta T_R = \gamma.\Delta T_S = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.\Delta T_S$$

3 . Soit v la vitesse de la sonde dans le référentiel héliocentrique. Soit d_R la distance parcourue par la sonde dans le même référentiel. Soit ΔT_R le temps mis par la sonde pour aller du Soleil à la nébuleuse de la lyre.

On a : $$v = \frac{d_R}{\Delta T_R}$$

4 .

$$v = \frac{d_R}{\Delta T_R} = \frac{d_R}{\gamma.\Delta T_S} = \frac{d_R.\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{\Delta T_S}$$

$$\frac{v^2.\Delta T_S^2}{d_R^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2}$$

$$v^2.\left(\frac{\Delta T_S^2}{d_R^2} + \frac{1}{c^2}\right) = 1$$

$$v^2.\left(\frac{c^2.\Delta T_S^2 + d_R^2}{c^2.d_R^2}\right) = 1$$

$$v = \frac{c.d_R}{\sqrt{c^2.\Delta T_S^2 + d_R^2}} = \frac{3,00.10^8.9,461.10^{15}.42.10^3}{\sqrt{(3,00.10^8)^2.(20000.365,25.24.3600)^2 + (9,461.10^{15}.42.10^3)^2}}$$

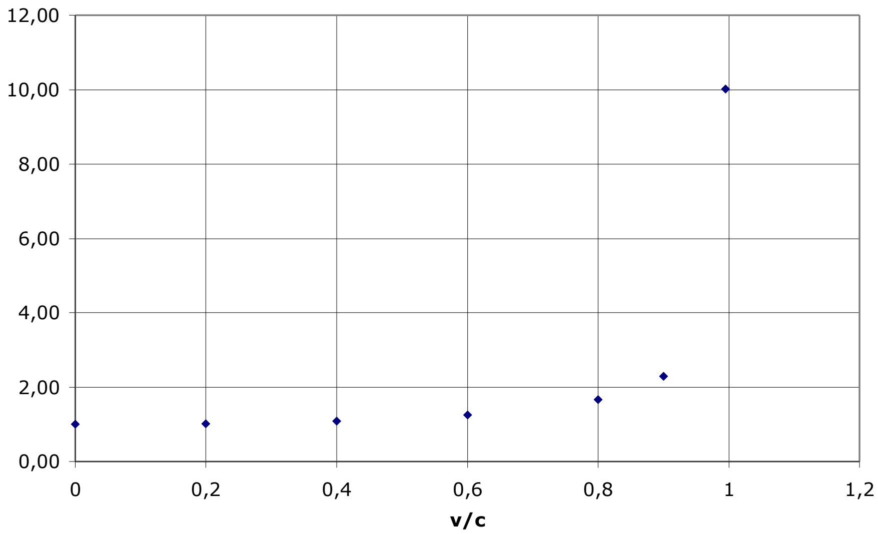
$$v = 2,7.10^8 m.s^{-1}$$

Exercice 17 page 221

1 . $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$

$\dfrac{v}{c}$	0	0,200	0,400	0,600	0,800	0,900	0,995
γ	1	1,02	1,09	**1,25**	1,67	**2,29**	10,0

2 . Représentation graphique :



3 .

Le mouvement du Thurst SSC peut parfaitement être étudié dans le cadre de la mécanique classique. Les effets relativistes sont totalement négligeables…

4 . a . Quelle valeur de γ correspond à une augmentation de 10% des durées ?

$$\Delta T' = \gamma.\Delta T_0 = \Delta T_0 + \frac{10}{100}.\Delta T_0$$

$$\gamma = 1 + \frac{10}{100} = 1{,}1$$

4 . b . Pour quelle valeur de la vitesse relative v, en km.s^{-1}, observe-t-on une telle dilatation des durées ?

$$\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \gamma = 1{,}1$$

$$1-\left(\frac{v}{c}\right)^2 = \left(\frac{1}{1{,}1}\right)^2$$

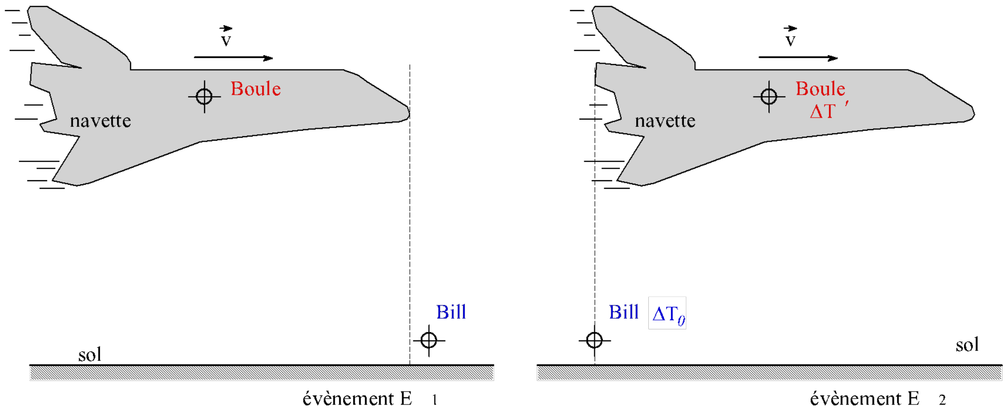
$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1-\left(\frac{1}{1{,}1}\right)^2$$

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1-\left(\frac{1}{1{,}1}\right)^2} = 0{,}42$$

5 . On observe une dilatation des durées de 10% lorsque la vitesse relative de R’ par rapport à R est de 0,4.c. Les effets relativistes se font sentir qu’aux très grandes vitesses. Lorsque les vitesses sont peu élevées par rapport à la vitesse de la lumière, il faut des horloges extrêmement précises pour mesurer de telles dilatations des durées (horloges atomiques).

Exercice 21 page 223

On définit deux évènements :
E_1 : passage de l'avant de la navette à la verticale de Bill ;
E_2 : passage de l'arrière de la navette à la verticale de Bill.



1 . Pour Bill, les deux évènements E_1 et E_2 ont lieu au même endroit (à sa verticale).
La Terre est donc le référentiel propre et Bill mesure bien la durée propre ΔT_0.

2 . Dans le référentiel terrestre, on peut écrire :

$$v = \frac{L_2}{\Delta T_0}$$

$$v = \frac{L_1}{\Delta T'}$$

3 .

$$\frac{L_2}{\Delta T_0} = \frac{L_1}{\Delta T'} = \frac{L_1}{\gamma . \Delta T_0}$$

$$L_1 = \gamma . L_2$$

4 . a . Le référentiel propre est la navette. C'est par rapport à elle-même que la navette est immobile. C'est donc Boule qui calcule la longueur propre.

4 . b .

$$L_1 = \gamma . L_2$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > 1$$

$$L_1 > L_2$$

Boule, dans la navette, mesure une distance L_1 supérieure à la distance L_2 que Bill va mesurer au niveau du sol. Il y a bien contraction des longueurs pour Bill (au même moment, il y a aussi dilatation du temps).

5 . On a : $v = 0{,}90 . c$

$L_1 = 30 m$

Que vaut L_2 ? $$L_2 = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} . L_1 = \sqrt{1 - 0{,}90^2} . 30 = 13 m$$

27 La vitesse de la lumière et EINSTEIN dépassés par une particule ?

1. Le postulat d'EINSTEIN indique que la valeur de la vitesse de la lumière dans le vide est la plus grande valeur de vitesse que l'on puisse atteindre.

2. a. Un neutrino est une particule neutre de masse pratiquement nulle.

b. Temps mis par la lumière pour parcourir cette distance :

$$\Delta t = \frac{d}{c} = \frac{730\,085}{2{,}997\,924\,58 \times 10^{8}} = 2{,}435\,30 \times 10^{-3}\ \text{s}.$$

Un neutrino met $\Delta t = \Delta T' - 60$ ns $= 2{,}435\,24 \times 10^{-3}$ s pour parcourir cette distance.

c. Incertitude de 10 milliardièmes de seconde sur Δt, donc $U(\Delta t) = 1 \times 10^{-8}$ s.

$$2{,}435\,23 \times 10^{-3}\ \text{s} < \Delta t < 2{,}435\,25 \times 10^{-3}\ \text{s}$$

3. $v = \dfrac{d}{\Delta t} = \dfrac{730\,085}{2{,}435\,24 \times 10^{-3}} = 2{,}998\,00 \times 10^{8}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$U(v) = v \cdot \sqrt{\left(\frac{U(d)}{d}\right)^2 + \left(\frac{U(\Delta t)}{\Delta t}\right)^2}$$

$$= 2{,}998\,00 \times 10^{8} \times \sqrt{\left(\frac{1}{730\,085}\right)^2 + \left(\frac{10^{-8}}{2{,}435\,24 \times 10^{-3}}\right)^2}$$

$= 1{,}3 \times 10^{3}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$2{,}997\,99 \times 10^{8}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} < v < 2{,}998\,01 \times 10^{8}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

4. Avec la précision de la mesure, la valeur de la vitesse du neutrino est bien supérieure à celle de la vitesse de la lumière dans le vide.

5. D'après EINSTEIN :

$$\Delta T' = \Delta T_0 \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Or, si $v > c$, alors $1 - \dfrac{v^2}{c^2} < 0$,

donc $\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}$ n'existe pas.

γ ne peut pas être calculé. La relativité restreinte est remise en cause.

6. Une découverte expérimentale doit être vérifiée par plusieurs mesures avec des méthodes et des instruments différents pour être validée.