Correction Activité 2 : Comment les muons peuvent-ils traverser l'atmosphère ?

1 $\Delta t = \frac{d}{v} = \frac{10 \times 10^3}{0{,}998 \times 3{,}00 \times 10^8} = 3{,}3 \times 10^{-5}$ s $= 33$ µs

Pour parcourir 10 km, les muons mettent 33 µs ; on retrouve bien le résultat annoncé dans le texte.

2 La distance parcourue par le muon en 2,2 µs est :

$d = v \cdot \Delta T_0 = 0{,}998 \times 3{,}00 \times 10^8 \times 2{,}2 \times 10^{-6}$

$d = 6{,}6 \times 10^2$ m.

Cette distance est très faible devant l'épaisseur de 10 km d'atmosphère à traverser par les muons pour atteindre le sol. D'après la mécanique classique, les muons n'ont pas le temps d'atteindre la Terre.

3 **a.** Pour ces muons :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - 0{,}998^2}} = 15{,}8.$$

b. $\Delta T' = \gamma \cdot \Delta T_0 = 15{,}8 \times 2{,}2 \times 10^{-6}$

$\Delta T' = 35 \times 10^{-6}$ s $= 35$ µs

La durée de vie moyenne d'un muon mesurée sur Terre est de 35 µs.

c. La durée de vie du muon, pour un observateur terrestre, devient 15,8 fois plus grande que dans le référentiel lié au muon, d'où l'expression « dilatation des durées ».

d. $\Delta T' > 33$ µs, donc les muons formés dans la haute atmosphère peuvent atteindre le sol.

4 La mécanique galiléenne ne peut pas expliquer l'observation de muons sur Terre. Le modèle de relativité restreinte a permis, par la dilatation des durées, d'expliquer cette observation.

Correction Activité 3 : La relativité du temps

Partie 1

1. On considère un aller-retour de la lumière. On suppose que la lumière, dans l'air comme dans le vide, se propage avec la célérité c constante.

Exprimer la durée Δt de ce parcours en fonction de la célérité c de la lumière et de la hauteur h.

La lumière parcourt une distance 2h avec la célérité c. La durée de son parcours vaut donc : $\Delta t = \frac{2h}{c}$

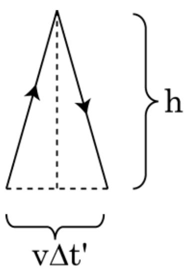
2. On admet le postulat d'Einstein. Expliquer, sans faire de calcul, pourquoi ce postulat implique que la durée du parcours mesurée par *Fixe* est supérieure à celle mesurée par *Mobile*.

Selon le postulat d'Einstein, la célérité de la lumière est c, que l'observateur soit sur Terre ou dans l'avion.

Si l'expérience est observée par *Fixe*, immobile par rapport à la Terre, la lumière parcourt un trajet plus long mais avec la même célérité que si son parcours est observé par *Mobile*. L'expérience dure donc plus longtemps pour l'observateur au sol que pour celui qui est dans l'avion.

3. On note d' la distance que la lumière a parcourue, vue par *Fixe*. En utilisant le théorème de Pythagore, exprimer d' ² en fonction de h, v et Δt'.

Pour l'observateur placé au sol, le trajet de la lumière a l'allure suivante :



Horizontalement, le faisceau a parcouru la distance effectuée par le véhicule pendant la durée Δt', c'est-à-dire vΔt'.

Par le théorème de Pythagore on a :

$$\left(\frac{d'}{2}\right)^2 = h^2 + \left(\frac{v\Delta t'}{2}\right)^2$$
$$d'^2 = (2h)^2 + v^2\Delta t'^2$$
$$= c^2\Delta t^2 + v^2\Delta t'^2$$

4. On combinant les résultats (a) et (c), établir la relation : $\Delta t' = \dfrac{\Delta t}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$

La distance d' parcourue par la lumière vue depuis la Terre vaut c□t', puisque sa célérité vaut c.
On a donc :

$$d'^2 = c^2\Delta t^2 + v^2\Delta t'^2$$
$$c^2\Delta t'^2 = c^2\Delta t^2 + v^2\Delta t'^2$$
$$\Delta t'^2\left(c^2 - v^2\right) = c^2\Delta t^2$$
$$\Delta t'^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) = \Delta t^2$$
$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$$

5. Cette relation bouleverse la notion de temps. En particulier, elle suggère que l'un des deux observateurs a plus vieilli que l'autre : lequel et pourquoi ?

si on admet que v < c, le dénominateur, dans la relation précédente, est inférieur à 1, donc □t' > □t.
Cela montre que le même événement a duré plus longtemps pour l'observateur terrestre que pour celui placé dans l'avion.
L'observateur terrestre a donc vécu un événement plus long et a vieilli plus vite !
Note *: Δt est la durée propre qui sépare les événements « émission de lumière » et « réception de lumière ». On considère que l'élève, lorsqu'il traite cette activité, ne connaît pas cette notion, laquelle fera l'objet du cours suivant. C'est pourquoi elle n'est pas citée dans l'énoncé.*

6. D'après la mécanique de Newton, quelle relation aurait-on pu écrire entre Δt et Δt' ? Justifier à l'aide de la phrase de Newton citée en préambule.

Newton écrit : « le temps absolu, vrai, mathématique, s'écoule uniformément (…) ». Donc pour lui : Δt = Δt'.

Partie 2

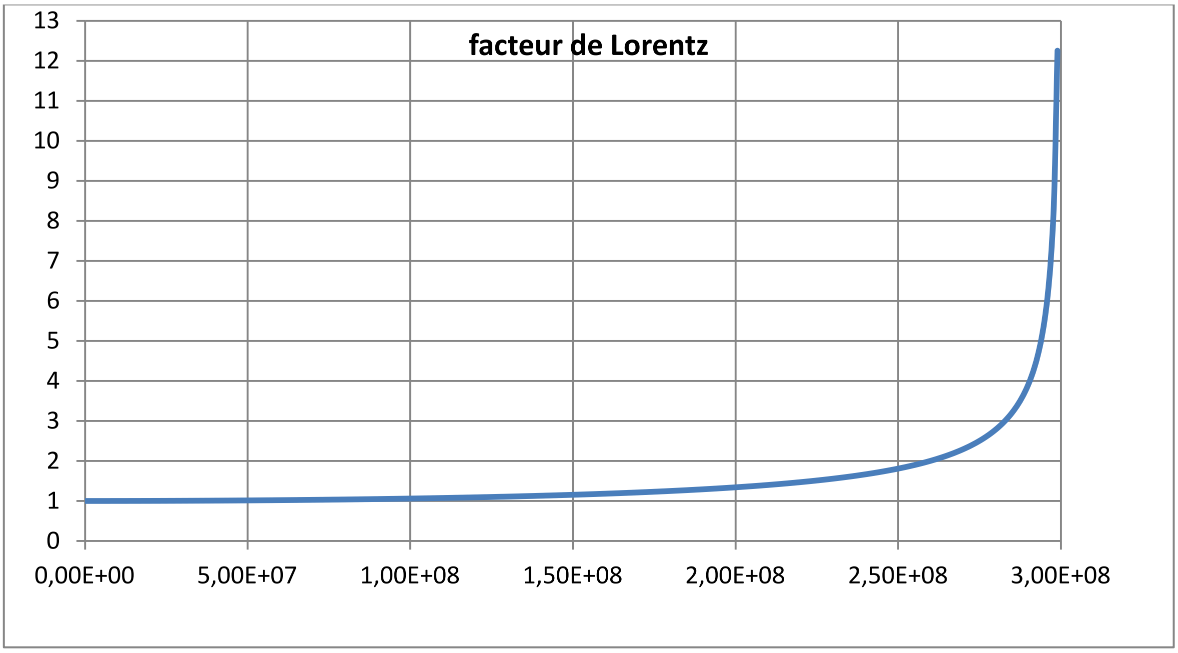
1. Calculer dans un tableau les valeurs de γ pour des horloges liées aux systèmes suivants : (c = 299 792 458 m.s^{-1})

situation	v (km·h^{-1})	v (m·s^{-1})	$\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$
TGV	300	83,3	**1,00**
Airbus A380	900	250	**1,00**
Ariane 5	8000	2222	**1,000**
Apollo 11	40000	11111	**1,0000**
proton sortant de l'accélérateur du PSI		0,79 c	**1,63**

proton sortant de l'accélérateur du LHC		0,999999991 c	**7 453,55996**

2. Exploiter les valeurs obtenues pour déterminer, parmi les situations évoquées, celle(s) qui appartiennent au champ de validité de la physique de Newton et celle(s) qui ne sont correctement interprétées que par la physique d'Einstein.

Les 5 premières valeurs sont tellement proches de 1 que, vu le nombre de chiffres significatifs donnés, la correction relativiste ne modifie pas la valeur de la durée mesurée. Les 4 premières situations seront donc aussi bien décrites par la physique de Newton que par celle d'Einstein.
Par contre, on voit, par les deux dernières lignes, qu'une particule accélérée est très influencée par la correction relativiste : son comportement sort du champ de validité de la physique de Newton.



3. Pour quelle valeur de v le facteur de Lorentz modifie-t-il de 1% le résultat d'une mesure de durée par rapport à la prévision classique ?

Le tableau montre que pour v = $4{,}30 \times 10^{7}$ $m \cdot s^{-1}$ γ vaut 1,01. La prévision relativiste diffère donc de 1% par rapport à un calcul newtonien. Il faut remarquer que cette vitesse est supérieure à toutes les vitesses des phénomènes terrestres et astronomiques connus des élèves.

4. Dans de nombreuses situations, la mécanique de Newton reste pertinente : pourquoi les effets de la relativité restreinte n'ont-ils été observés par l'homme que tardivement dans l'histoire des sciences ?

Le graphique montre que la correction relativiste reste très proche de 1 pour des vitesses « usuelles » : la relativité ne modifiera donc quasiment pas la prévision newtonienne.

5. D'après vos connaissance ou à l'aide d'une recherche documentaire, citer quelques applications, dans la recherche scientifique ou dans la vie quotidienne, ou une approche relativiste est indispensable pour interpréter correctement les observations.

On peut citer par exemple : l'astrophysique, la physique des particules, et plus proche de notre quotidien : le GPS.

Correction Activité 4 :
« Sans la relativité pas de GPS »… mais pourquoi ?

1- Estimer un ordre de grandeur de la précision avec laquelle un GPS permet de se localiser.

Un GPS embarqué en voiture permet de déterminer une position à la rue près : cela montre qu'il nous localise **à moins de 10 m près**.

2- Le mouvement du satellite n'étant pas rectiligne, on admettra que le temps propre est défini par l'horloge embarquée à bord du satellite.

Expliquer qualitativement comment la relativité prévoit que l'horloge atomique embarquée à bord du GPS retarde par rapport à la même horloge restée au sol.

Considérons deux événements localisés en un même point du satellite, séparés par une durée propre de valeur Δt_p, mesurée par l'horloge embarquée.

La durée entre ces mêmes événements mesurée par une horloge liée au sol terrestre vaut :

$$\Delta t_m = \frac{\Delta t_p}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{donc} \quad \Delta t_p = \Delta t_m\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} < \Delta t_m$$

La durée mesurée par l'horloge embarquée est donc plus faible : **elle retarde** par rapport à celle restée au sol.

3- Calculer le retard τ accumulé en une journée terrestre par l'horloge embarquée à cause de l'effet relativiste évoqué à la question précédente.

τ est la différence entre Δt_p et Δt_m, soit :

$$\tau = \Delta t_p - \Delta t_m = \Delta t_m\left\{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} - 1\right\}$$

AN :

- Δt_m est la durée du jour terrestre : 24 × 3600 = 86 400 s.
- v est la vitesse du satellite par rapport au sol :

$v = 1,4 \times 10^4$ km·s^{-1}

$= \frac{1,4\times 10^4}{3600}\times 1000 = 3,9 \times 10^3$ m·s^{-1}

D'où :

$$\tau = 86400\times\left(\sqrt{1-\left(\frac{3,9\times 10^3}{3,00\times 10^8}\right)^2}\right) = \mathbf{-7,3\times 10^{-6}\ s}$$

L'horloge embarquée retarde de 7,3 µs par jour.

4- Calculer l'erreur Δd faite par le récepteur GPS s'il calcule la distance qui le sépare du satellite sans tenir compte du retard pris par son horloge au bout d'une journée. À votre avis, peut-on considérer Δd comme « négligeable » ?

L'erreur commise par le récepteur s'il ne tient pas compte de la dilatation des durées est la distance parcourue par le signal pendant 7,3 µs. Or les signaux sont de nature électromagnétique, donc se propagent avec la même célérité que la lumière dans le vide.

L'erreur de distance vaut donc :

$\Delta d = |c\tau| = 3{,}00 \times 10^{8} \times 7{,}3 \times 10^{-6} = \mathbf{2{,}2 \times 10^{3}\ m}$.

L'erreur commise si on ne tient pas compte des effets relativistes est donc de plus de 2 km ! Or comme nous l'avons indiqué en 2), la précision du GPS est de quelques mètres : on ne peut donc en aucun cas négliger Δd.

5- *Einstein a publié, en 1915, la relativité générale. Cette théorie, comme son nom l'indique, généralise la relativité restreinte à toutes les situations. En particulier cette théorie montre que le champ de pesanteur terrestre est lui aussi responsable d'un décalage entre l'horloge embarquée et celle restée au sol. Ce décalage est contraire à celui dû à la vitesse du satellite (calculé en 3)). On montre que le champ de pesanteur terrestre est responsable chaque jour d'une avance de 45 µs de l'horloge embarquée par rapport à celle restée au sol.*

En tenant compte des deux effets relativistes, calculer le décalage temporel total T entre les deux horloges accumulé en une journée. En déduire l'erreur Δd_{tot} commise par le récepteur GPS s'il ne tient pas compte des effets relativistes. Montrer que ce calcul justifie la nécessité de prendre en compte la relativité pour concevoir un récepteur GPS.

Le décalage temporel entre les deux horloges, vaut, au total :

$T = 45 - 7{,}3 = 38$ µs

L'erreur totale commise sur un calcul de distance vaut donc :

$\Delta d_{tot} = |c\square| = 3{,}00 \times 10^{8} \times 38 \times 10^{-6} = \mathbf{1{,}1 \times 10^{4}\ m = 11\ km}$

11 km est une erreur colossale, vu la précision attendue d'un GPS (à peine quelques mètres, comme nous l'avons indiqué en 1)). Ceci confirme que les corrections relativistes sont indispensables à la réalisation du système GPS.